

Abitur 2010 Mathematik LK Infinitesimalrechnung Aufgabe A1

Gegeben sind die beiden Funktionenscharen g_a und w_a mit $g_a(x) = 2 \cdot a \cdot e^{-\frac{x^2}{4a^2}}$ und $w_a(x) = \frac{8 \cdot a^3}{x^2 + 4 \cdot a^2}$, $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}^+$.

Die Graphen beider Scharen verlaufen für jeden Parameter sehr ähnlich.

Teilaufgabe 1. (11 BE)

Zeigen Sie:

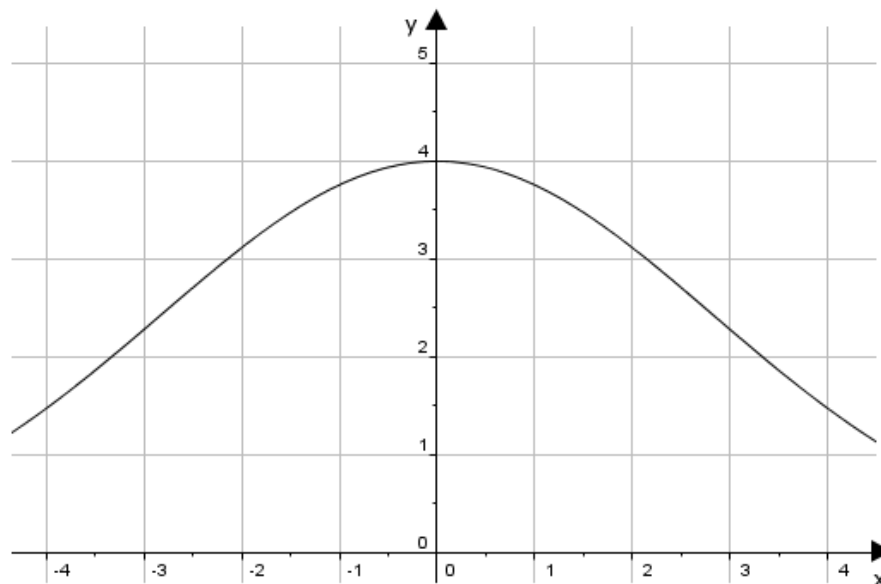
- Jeder Graph der Funktionenschar g_a besitzt den relativen Hochpunkt $H(0|2a)$.
- Jeder Graph der Funktionenschar g_a und w_a ist achsensymmetrisch zur y -Achse.
- Für jedes a hat die Gleichung $w_a''(x) = 0$ zwei Lösungen.

Teilaufgabe 2.1 (14 BE)

In Material 1 ist der Graph von g_2 im Intervall $[-4; 4]$ gezeichnet. Für die Funktionen der Funktionenschar g_a existieren keine elementaren Stammfunktionen. Erläutern Sie deshalb

ohne Rechnung ein Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung von $\int_{-4}^4 g_2(x) dx$.

Material 1



Teilaufgabe 2.2

Für die Funktionen der Schar w_a existieren jedoch Stammfunktionen.

Zeigen Sie, dass W_a mit $W_a(x) = 4 \cdot a^2 \cdot \arctan\left(\frac{x}{2a}\right) = 4 \cdot a^2 \cdot \tan^{-1}\left(\frac{x}{2a}\right)$ eine Stammfunktionsschar zu w_a ist.

Beachten Sie dazu: $(\arctan(x))' = \frac{1}{1+x^2}$

Teilaufgabe 3. (15 BE)

Durch die Gerade $y = \frac{1}{10}$ und den Graphen von $w_{0,5}$ wird der Querschnitt des Inneren einer Glocke definiert.

Durch die Gerade $y = \frac{1}{10}$ und den Graphen von $g(x) = w_{0,5}(x) + 0,05$ wird der Querschnitt des Äußeren der gleichen Glocke definiert (siehe Material 2).

Ermitteln Sie das für die Glocke notwendige Materialvolumen. Erläutern Sie Ihr Vorgehen.

Material 2

